

# Predistorsión Digital y Adaptativa de Amplificadores de RF con Modelos de Hammerstein

Pere Ll. Gilabert Pinal

Departamento de Teoría de la Señal  
y Comunicaciones  
Universitat Politècnica de Catalunya  
plgilabert@tsc.upc.edu

Gabriel Montoro López

Departamento de Teoría de la Señal  
y Comunicaciones  
Universitat Politècnica de Catalunya  
montoro@tsc.upc.edu

**Abstract-** This paper presents a comparative study between two kind of digital predistorters in terms of accuracy and time of convergence of their adaptive algorithms. Both predistorters are based on Hammerstein models in order to take into account power amplifier memory effects. The comparison will consist in evaluating the suitability of a kind of Fast-Kalman and the LMS adaptive algorithms to identify the Hammerstein model coefficients of the predistorter. First, some general concepts of the Hammerstein models are presented, as well as the indirect learning architecture used to train predistorter coefficients. Later some results derived from simulations are provided. Finally, the suitability for using the Fast-Kalman better than the LMS algorithm is discussed.

## I. INTRODUCCIÓN

Los amplificadores de potencia (AP) son dispositivos altamente no lineales, cuyo alto consumo (aproximadamente un 70% de la energía disponible) y su indispensable presencia en los sistemas de comunicaciones, los convierten en continuo objeto de investigación [1]. Además, como es bien sabido, existe un compromiso entre eficiencia y linealidad, así pues, los AP's más eficientes desde un punto de vista de rendimiento energético (clase AB, clase C y los conmutados clase D, E, F), son los que presentan mayor grado de no linealidades. Los efectos de las no linealidades en los AP's son dobles: por un lado causan recrecimiento espectral, dando lugar a interferencias en los canales adyacentes (distorsión fuera de banda), mientras que por otro lado, causan distorsión dentro de la propia banda de transmisión, degradando por tanto el *bit error rate* (BER). Los organismos reguladores fijan, a través de los diferentes estándares de comunicaciones, los niveles máximos de emisión fuera de banda permitidos (máscaras de emisión de potencia que delimitan el *adjacent channel power ratio*, ACPR), así como de la propia distorsión en banda, por ejemplo especificando porcentajes máximos de error en las constelaciones (*error vector magnitude*, EVM).

Por otro lado, los actuales estándares de comunicaciones (IEEE 802.11g, IEEE 802.16, ETSI HiperLAN-2, UMTS) apuestan por una alta eficiencia espectral en canales con anchos de banda considerables, utilizando modulaciones

multinivel, multiportadora o ambas (M-QAM,  $\pi/4$  DQPSK, WCDMA, OFDM). Dichas modulaciones son muy sensibles a las no linealidades de los AP's y puesto que presentan envolventes con gran relación potencia de pico a potencia media (*peak to average power ratio*, PAPR), requieren altos niveles de back-off para poder operar en una región lo más lineal posible, penalizando de este modo la eficiencia del AP.

Las diferentes estructuras linealizadoras propuestas en la literatura [2], tienen como objetivo minimizar los efectos de las no linealidades a la par que maximizar la eficiencia de los AP's. De entre las diferentes técnicas de linealización, la predistorsión digital resulta ser una de las más caras, en tanto que requiere el uso de procesadores digitales de señal (DSP's o FPGA's), pero puede resultar óptima en subsistemas que ya los lleven incorporados para realizar otras funciones, en tanto que permite linealizar señales de forma adaptativa.

Para aplicaciones con gran ancho de banda (como las mencionadas anteriormente), ya no es posible ignorar los efectos de memoria (causados por efectos eléctricos o electro-térmicos) del AP. Algunos de los modelos propuestos para caracterizar las no linealidades de los AP así como los efectos de memoria se basan en la caracterización del AP mediante series de Volterra (o *pruned* Volterra) [3],[4], polinomios con memoria [5], modelos de Wiener-Hammerstein [6] o redes neuronales [7]. Los modelos basados en series de Volterra o redes neuronales, son modelos bastante complejos (a nivel computacional) que dificultan la síntesis de la estructura predistorsionadora.

En este artículo se presenta un estudio comparativo entre algoritmos adaptativos para la predistorsión digital de señal basada en modelos de Hammerstein. Concretamente se estudiará la viabilidad de los algoritmos LMS y *Fast-Kalman*, en cuanto a la compensación de la distorsión (efecto en la BER) y el tiempo de convergencia de dichos algoritmos, para ser utilizados en la implementación del predistorsionador.

## II. MODELO DE HAMMERSTEIN CON APRENDIZAJE INDIRECTO

La estructura predistorsionadora desarrollada está basada en un modelo de Hammerstein, compuesto por dos bloques

en cascada, como se muestra en la Fig. 1. El primer bloque es un polinomio sin memoria que debe compensar la no-linealidad del AP, mientras que el segundo bloque, consistente en un filtro IIR, pretende caracterizar los efectos de memoria del AP.

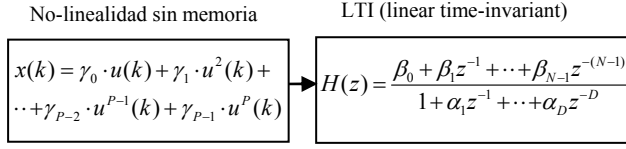


Fig. 1. Modelo de Hammerstein.

Para estimar los coeficientes del modelo de Hammerstein del predistorsionador, se ha optado por una arquitectura de aprendizaje indirecto (Fig. 2) o llamada también método de translación. Mediante la arquitectura de aprendizaje indirecto, se estiman los coeficientes de un post-distorsionador a partir de las muestras de la señal de entrada y salida del AP. Así pues, siendo  $K$  la ganancia lineal del amplificador:

$$F_{post}(G(x)) = K \cdot x \quad (1)$$

Una vez estimados los coeficientes del post-distorsionador, se traslada una copia exacta de éste en cascada con la entrada del AP, obteniendo así el predistorsionador.

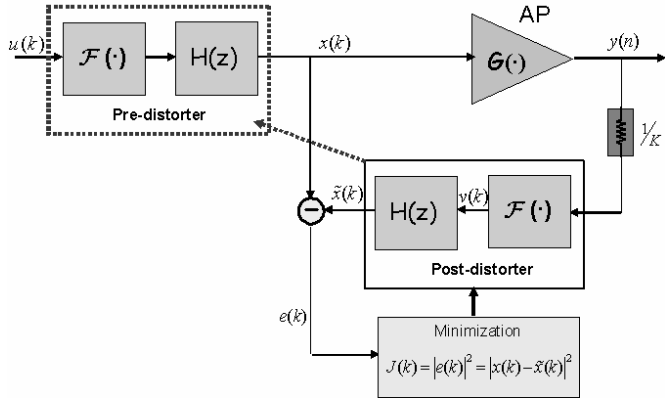


Fig. 2. Arquitectura de aprendizaje indirecto.

Observando el diagrama de bloques de la Fig. 2, se puede definir el proceso de aprendizaje del predistorsionador mediante las ecuaciones (2) y (3).

$$v(k) = \sum_{p=0}^P \gamma_p \cdot y(k) \cdot |y(k)|^p \quad (2)$$

$$\tilde{x}(k) = \sum_{d=1}^D \alpha_d \cdot \tilde{x}(k-d) + \sum_{n=0}^N \beta_n \cdot v(k-n) \quad (3)$$

Siendo  $y(k)$  las muestras de la señal de salida del AP atenuadas por la ganancia lineal de amplificador ( $K$ ), y siendo  $v(k)$  la salida del bloque no-lineal. Los valores  $P$ ,  $D$  y  $N$  representan el orden del polinomio no-lineal y de los coeficientes del filtro respectivamente.

Combinando las ecuaciones (2) y (3) obtenemos una expresión cerrada de la relación entrada-salida del post-distorsionador (futuro predistorsionador):

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) = & \sum_{d=1}^D \alpha_d \cdot \tilde{x}(k-d) + \\ & + \sum_{n=0}^N \beta_n \cdot \left( \sum_{p=0}^P \gamma_p \cdot y(k) \cdot |y(k)|^p \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Y de forma más compacta, se puede expresar mediante notación matricial, como se muestra en la ecuación (5),

$$\tilde{x}(k) = \mathbf{c}_k^H \cdot \mathbf{q}_k \quad (5)$$

$$\text{donde } \mathbf{c}_k = \begin{bmatrix} d_{01}, d_{02}, \dots, d_{0P}, d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1P}, \dots, d_{N1}, d_{N2}, \dots, d_{NP}, \dots, \alpha_1, \dots, \alpha_D \end{bmatrix}^T, \quad d_{np} = \beta_n \cdot \gamma_p, \quad y$$

$$\text{donde } \mathbf{q}_k = \begin{bmatrix} y(k), \dots, y(k) |y(k)|^P, y(k-1), \dots, y(k-1) |y(k-1)|^P, \dots, y(k-N), \dots, y(k-N) |y(k-N)|^P, \tilde{x}(k-1), \tilde{x}(k-2), \dots, \tilde{x}(k-D) \end{bmatrix}^T.$$

Los vectores se representan en negrita en las ecuaciones, mientras que las matrices se indican en negrita y con un sombrero. El superíndice H, se utilizará para señalar el hermitico de un vector o matriz.

### III. ALGORITMOS ADAPTATIVOS CONSIDERADOS

Para estimar los coeficientes del post-distorsionador, se define la función de coste a minimizar ( $J(k)$ ), como el error cuadrático entre las muestras de salida del post-distorsionador y las muestras de entrada al AP.

$$e(k) = x(k) - \tilde{x}(k) = x(k) - \mathbf{c}_k^H \cdot \mathbf{q}_k \quad (6)$$

$$J(k) = |e(k)|^2 = |x(k) - \tilde{x}(k)|^2 \quad (7)$$

Para entrenar el post-distorsionador, y minimizar la función de coste, se proponen dos algoritmos: el *Least Mean Square* y el conocido como *Fast-Kalman Filter*, por ser dos de los algoritmos adaptativos más eficientes desde un punto de vista computacional. Este es el motivo por el que se descartan opciones como el algoritmo *Recursive Least Squares* (RLS) y otras. El estudio comparativo se realizará en base a velocidad en el aprendizaje y en convergencia de los coeficientes estimados a los correctos.

#### A. Least Mean Square (LMS)

La expresión que define el bien conocido algoritmo de Least Mean Square (LMS) es la siguiente:

$$\mathbf{c}_{k+1} = \mathbf{c}_k + \mu \cdot \mathbf{q}_k \cdot e(k)^* \quad (8)$$

siendo  $\mu$  el paso del error (compromiso entre velocidad de convergencia y precisión), y cuyas cotas son:

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{Tr}[\mathbf{q}_k \cdot \mathbf{q}_k^H]} \quad (9)$$

siendo  $\text{Tr}[\cdot]$  la traza de la matriz de datos resultante.

### B. Algoritmo tipo Fast-Kalman

Los algoritmos del tipo *Fast-Kalman* [9] emplean la técnica de filtrado óptimo de Kalman para estimar de forma adaptativa los coeficientes, sin que sea necesario conocer *a priori* ninguna matriz de transición (a diferencia del filtro de Kalman convencional). Las ecuaciones del *Fast-Kalman* concreto que emplearemos en nuestra aplicación son [9]:

$$\mathbf{c}_{k+1} = \mathbf{c}_k + \mathbf{h}_k \cdot e(k)^* \quad (10)$$

siendo,

$$\mathbf{h}_k = \frac{\bar{\lambda}_{k-1} \mathbf{q}_k}{\mathbf{q}_k^H \bar{\lambda}_{k-1} \mathbf{q}_k + Q_M} \quad (11)$$

donde  $Q_M$  y  $\bar{Q}_p$  están relacionadas con las varianzas del error de estimación y de medida [9]. La matriz  $\bar{\lambda}_k$  se actualiza recursivamente de este modo:

$$\bar{\lambda}_k = \bar{\lambda}_{k-1} - \mathbf{h}_k \mathbf{q}_k^H \bar{\lambda}_{k-1} + \bar{Q}_p \quad (12)$$

## IV. IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN

En un primer paso se ha identificado un modelo de AP, para posteriormente poder llevar a cabo la predistorsión y el estudio sobre la adecuación de los algoritmos de entrenamiento o identificación.

### A. Estimación del modelo Hammerstein del AP.

El modelo de Hammerstein del AP (también se podría haber utilizado un modelo de Wiener) se ha obtenido a partir de la identificación de los coeficientes mediante el algoritmo propuesto por Narendra-Gallman ([6],[8]), basado en la estimación del modelo por mínimos cuadrados (LS-Least Squares). Los coeficientes estimados del AP se listan en la Tabla 1, mientras que la Fig. 3 muestra la curva AM-AM del polinomio de orden 7 que representa el comportamiento no-lineal del AP.

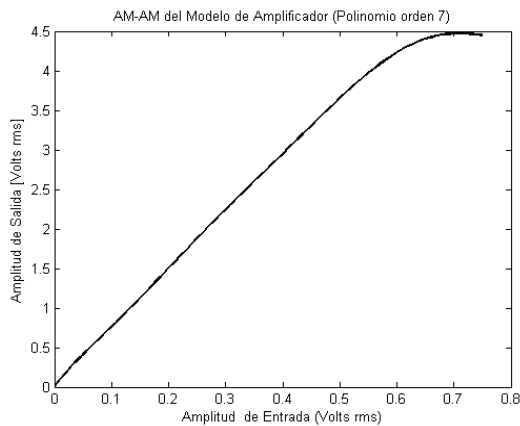


Fig. 3. No-linealidad de orden 7 del modelo Hammerstein del AP.

### B. Velocidad de convergencia de los algoritmos adaptativos.

La secuencia de entrenamiento para la identificación de los coeficientes del post-distorsionador, es una modulación 64-QAM con un filtro conformador de coseno realizado con un roll-off=0.35.

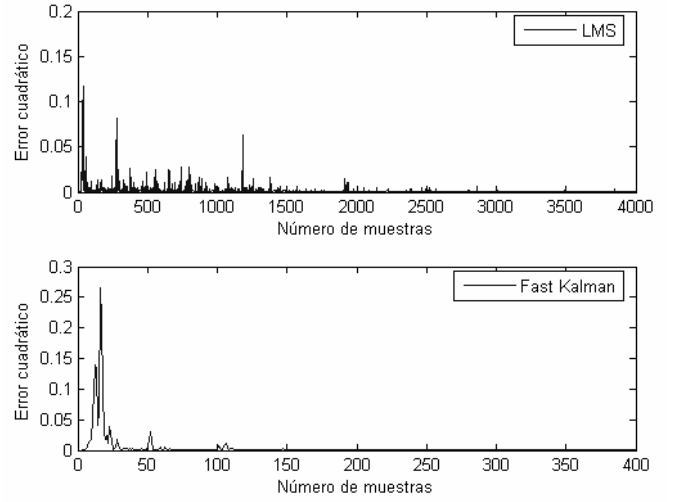


Fig. 4. Convergencia de los algoritmos LMS y *Fast-Kalman*

Por lo que a la velocidad de convergencia se refiere, la identificación de los coeficientes del post-distorsionador es más rápida con el algoritmo del tipo *Fast-Kalman*. Como se puede observar en la Fig. 4, la convergencia del error cuadrático para el caso del algoritmo LMS es aproximadamente 10 veces mayor que con el algoritmo *Fast-Kalman*.

	Gammas	Alfas	Betas
0	-4,42-9,16i	-0,098+ 0,00705i	-0,843-0,0378i
1	49,0+44,43i	0,25444-0,00903i	0,21+ 0,00089989i
2	-472,76-363,65i	-0,1187+ 0,0129i	-0,0986+ 0,00705i
3	2226,2+1513,3i	---	---
4	-5610,1 -3463,6i	---	---
5	7704,4 +4383,5i	---	---
6	-5400,7-2844,6i	---	---
7	1509,5 +734,93i	---	---

Tabla 1. Valores de los coeficientes del modelo de Hammerstein del AP (ver ecuación (4)).

### C. Resultados de la predistorsión.

Una vez realizado el aprendizaje de los post-distorsionadores, se procede a la evaluación de las prestaciones de los predistorsionadores, siguiendo así la arquitectura de aprendizaje indirecto de la Fig. 2. Por otro lado, la modulación utilizada es la misma que la propuesta para la identificación del modelo del AP, es decir, 64-QAM y filtro conformador coseno realizado ( $\alpha=0.35$ ).

La señal modulada a la entrada del predistorsionador presenta un factor de cresta (*crest factor*,  $CF = \frac{x_{pico}}{\bar{x}}$ ), o relación de nivel de amplitud de pico a nivel de amplitud medio de 2.2. Por lo que teniendo en cuenta que el PAPR se puede definir como:

$$PAPR (dB) = 10 * \log(CF)^2 \quad (13)$$

obtenemos un PAPR de la señal modulada de 6.85 dB. Sabiendo el PAPR podemos calcular el *input back-off* (IBO) mínimo necesario para una amplificación en un margen lineal, sin compresión o saturación. Así pues podemos definir el IBO como la diferencia entre la potencia (en dBm)

de saturación en la entrada menos la potencia media de entrada de la señal modulada, o también:

$$IBO(dB) = P_{in,SAT} - P_{in,AVG} = PBO + PAPR \quad (14)$$

donde el *peak back-off* (PBO) se define como:

$$PBO = -10 \log(S) \quad (15)$$

Siendo  $S$  la fracción (valor entre 0 y 1) de la potencia de saturación a partir de la cual definiremos la potencia máxima de pico que podremos aplicar a la entrada para amplificar sin saturación,

$$P_{in,MAX} = P_{in,SAT} \cdot S \quad (0 < S < 1) \quad (16)$$

Para nuestro AP concreto, la potencia de entrada de saturación es de 8 dBm, con lo que teniendo en cuenta una  $S=0.95$ , se define una potencia máxima de entrada de  $P_{in,MAX} = 7.6 \text{ dBm}$ , y por lo tanto un  $PBO = 0.22 \text{ dB}$ . Así pues, teniendo en cuenta la ecuación (14), el IBO mínimo recomendable es de  $IBO \geq 7 \text{ dB}$ .

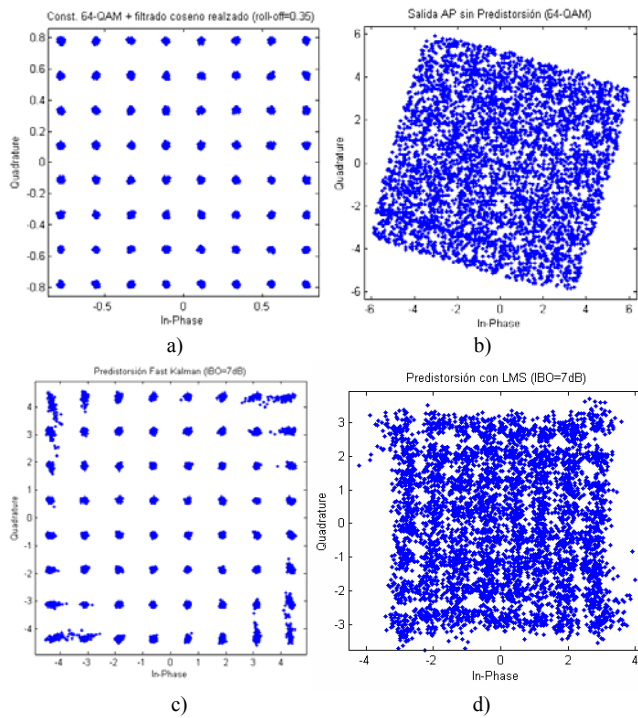


Fig. 5. a) Constelación 64-QAM + filtro conformador b) Const. a la salida del AP sin predistorsión c) Const. con predistorsión *Fast-Kalman* d) Const. con predistorsión LMS. (IBO=7 dB).

En la Fig. 5 podemos observar cómo la constelación predistorsionada mediante el algoritmo del tipo *Fast-Kalman* para un IBO de 7 dB es mucho más nítida que la conseguida mediante el algoritmo de LMS.

Por otro lado, la Fig. 6 muestra el BER conseguido para diferentes niveles de IBO. Además se incluye también información sobre la *power added efficiency* (PAE) del AP (a partir de simulaciones en ADS), lo que permite comprobar el ya conocido compromiso entre linealidad y eficiencia. Se puede observar como con el algoritmo de *Fast-Kalman* se obtienen BER's inferiores a aquellas obtenidas con el algoritmo LMS. Cabe destacar también que a partir de IBO's inferiores a 6 dB los BER's se disparan, aún cuando se aprecie un comportamiento muy no-lineal en el BER a partir de los 6 dB.

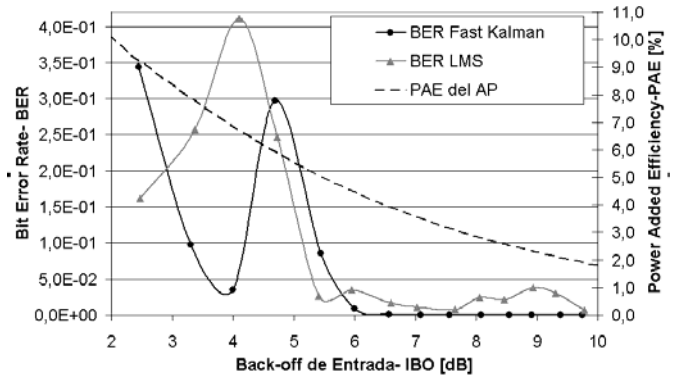


Fig. 6. BER (LMS y *Fast-Kalman*) y PAE del AP para diferentes IBO's.

## V. CONCLUSIONES

Se ha estudiado como realizar la identificación de los coeficientes de un predistorsionador adaptativo basado en modelo de Hammerstein (que contempla efectos de memoria en el AP). A la vista de los resultados se puede concluir que el predistorsionador cuyos coeficientes han sido estimados aplicando el algoritmo tipo *Fast-Kalman* resulta más preciso y además aprende más rápido, en comparación con el predistorsionador basado en el LMS. Los resultados obtenidos permiten tener un orden de magnitud del comportamiento de ambos algoritmos y poder valorar su aplicabilidad. En la actualidad, el grupo de investigación autor del presente artículo está trabajando en la implementación en un procesador TMS320C6711 de Texas Instruments de ambos algoritmos, para poder realizar una valoración de la carga computacional. El compromiso entre carga computacional, velocidad y precisión de la convergencia será clave para decidir el grado de implementabilidad de cada uno de los métodos en aplicaciones en tiempo real.

## AGRADECIMIENTOS

Trabajo financiado por la CICYT en el proyecto TIC 2002-04084-C03-01, por la NoE TARGET IST-1-507893-NOE y por el STREP CAPANINA FP6-IST-2003-506745.

## REFERENCIAS

- [1] M. S. O'Droma, J. Portilla, E. Bertran et al. "Linearisation Issues in Microwave Amplifiers," *GAAS Symp.* Amsterdam, pp.199-202, Oct-04.
- [2] Peter B. Kenington, *High-linearity RF Amplifier Design*, Artech House Publishers, Boston, 2000.
- [3] C. Euns, , and E. J. Powers, "A new Volterra predistorter based on the indirect learning architecture", *IEEE Tran. on Signal Processing*, vol. 45, pp.223-227, Jan. 1997
- [4] A. Zhu, and T. J. Brazil, "An adaptive Volterra predistorter for the linearization of RF high power amplifiers", *MTT-IMS 2002*, vol. 1, pp. 461-464, 2002.
- [5] J. Kim, and K. Konstantinou, "Digital predistortion of wideband signals based on power amplifier model with memory", *Electronics Letters*, vol. 37, n. 23, pp: 1417-1418, Nov. 2001.
- [6] L. Ding, R. Raich and G. T. Zhou. "A Hammerstein Predistortion Linearization Design Based on the Indirect Learning", *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, Signal Proc.*, vol 3, pp. 2689 -2692, May 2002.
- [7] N. Benvenuto, F. Piazza, A. Uncini, "A neural network approach to data predistortion with memory in digital radio systems", *IEEE Int. Conf. Comm. ICC 93*, Vol 1, pp. 232 - 236, Geneva, May 1993.
- [8] Narendra K. S. and Gallman P. G. "An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Hammerstein model," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-11, pp. 546-550, July 1966.
- [9] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, N. J., 1991.